

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА СИНТЕЗА САУ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

*В.И. Гончаров, профессор, д.т.н.  
А.А. Сидорова, соискатель,  
Томский политехнический университет  
E-mail: sidorova@tpu.ru*

### Введение

Наиболее часто встречающимися классом объектов управления в независимости от назначения систем автоматического управления и специфики их применения в разных отраслях производства являются объекты с транспортным запаздыванием. Применение методов синтеза, основанных на аппроксимации транспортного запаздывания передаточной функцией первого или второго порядка приводит к априори приближенным результатам. Данный недостаток отсутствует в численных методах синтеза систем управления.

### Исходные данные для синтеза

В качестве объекта управления с запаздыванием использована передаточная функция экструзионной установки для изготовления пластиковой нити для 3D-принтеров [1]:

$$W_{oy}(p) = \frac{0,18}{217p+1} e^{-180p}. \quad (6)$$

В работе [2] были получены результаты синтеза системы управления на структуре регулятора 2-го порядка с 5-ю неизвестными коэффициентами. Интерес представляет увеличение порядка регулятора, что приведет к увеличению точности и исследование применения численного метода синтеза.

Зададим структуру регулятора, представленную следующей передаточной функцией:

$$W_p(p) = \frac{b_1p + b_0}{p(a_2p^2 + a_1p + 1)}. \quad (2)$$

Методом Коновалова-Огурка, описанным в [3] с учетом заданных показателей качества  $t_y = 5320$  с.,  $\sigma_3 = 5\%$ , получим желаемые передаточные функции в замкнутом и разомкнутом виде:

$$W_{\text{жс}}^z = \frac{762p+1}{1,05 \cdot 10^6 p^2 + 1524p + 1}, \quad W_{\text{жс}}^p = \frac{p+0,001312}{p(1377,9527559p+1)}. \quad (3)$$

Используя объект управления (1), регулятор (2) и полученную разомкнутую передаточную функцию (3) запишем уравнение синтеза:

$$\frac{p+0,001326}{p(1377,9527p+1)} \approx \frac{b_1p+b_0}{p(a_2p^2+a_1p+1)} \cdot \frac{0,18}{217p+1} \cdot e^{-180p}. \quad (4)$$

В уравнении (4) присутствует 4 неизвестных коэффициента  $b_1, b_0, a_2, a_1$ , определим коэффициент  $b_0$  из уравнения установившегося режима при  $p=0$   $b_0 = \frac{0,001326}{0,18} = 0,00736$ .

Запишем (4) в дискретной форме:

$$\frac{\delta_i + 0,001326}{1377,9527\delta_i + 1} \approx \frac{b_1\delta_i + b_0}{a_2\delta_i^2 + a_1\delta_i + 1} \cdot \frac{0,18}{217\delta_i + 1} \cdot e^{-180\delta_i}. \quad (5)$$

Далее, так как размерность задачи снизилась до трех неизвестных, решим три уравнения (5) с учетом узлов интерполирования  $\delta_1 = 0,000001, \delta_2 = 2 \cdot \delta_1, \delta_3 = 3 \cdot \delta_1$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{0,000001+0,001326}{1377,95275 \cdot 0,000001+1} \approx \frac{0,000001b_1+0,007289}{0,000001^2a_2+0,000001a_1+1} \cdot \frac{0,18}{217 \cdot 0,000001+1} \cdot e^{-180 \cdot 0,000001} \\ \frac{0,000002+0,001326}{1377,95275 \cdot 0,000002+1} \approx \frac{0,000002b_1+0,007289}{0,000002^2a_2+0,000002a_1+1} \cdot \frac{0,18}{217 \cdot 0,000002+1} \cdot e^{-180 \cdot 0,000002} \\ \frac{0,000003+0,001326}{1377,95275 \cdot 0,000003+1} \approx \frac{0,000003b_1+0,007289}{0,000003^2a_2+0,000003a_1+1} \cdot \frac{0,18}{217 \cdot 0,000003+1} \cdot e^{-180 \cdot 0,000003} \end{array} \right.$$

В таблице 1 представлены результаты итерационного приближения и найденные показатели качества синтезируемой САУ. Требуемое перерегулирование  $\sigma = 5,05\%$  достигается при  $\delta_1 = 0,0000124$  при этом время переходного процесса  $t_y = 2272$ с. В целом для большинства узлов интерполирования перерегулирование оказалось больше заданного в уравнении (3). С учетом исследования [2], увеличим желаемое время установления

Таблица 1. Результаты итерационного приближения

Узлы	Коэффициенты передаточной функции регулятора			Показатели	
	$b_1$	$a_2$	$a_1$	$t_p, c$	$\sigma, \%$
$\delta_1 \cdot 10^4$					
0,01	30468	898535968	4219700	3127	21,75
0,07	98,9	2041945	13792	2936	16,5
0,09	50,75	720447	7185	2792	13,5
0,104	35,6	313204	5105	2664	9,13
0,112	30,01	165133	4338	2568	7,4
0,116	27,8	106018	4030	2520	6,56
0,122	24,9	31571	3639	2384	5,46
0,124	23,8	3661	3492	2272	5,05
0,125	23,7	-336,7	3471	$\infty$	$\infty$

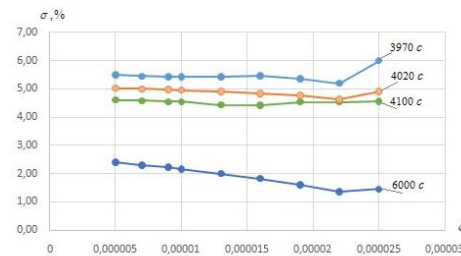


Рис. 1. Графики зависимости  $\sigma = f(\delta_1)$  для различных значения  $t_y$

$t_y^{жс} = 6000$  с и степень полинома числителя регулятора:

$$\frac{p+0,001339}{p(1346,7376p+1)} \approx \frac{b_2p^2+b_1p+b_0}{p(a_2p^2+a_1p+1)} \cdot \frac{0,18}{217p+1} \cdot e^{-180p}. \quad (6)$$

Для более наглядного представления представим на рис. 1 результаты в виде графика зависимости перерегулирования от узлов интерполирования  $\sigma = f(\delta_1)$  для разного времени установления  $t_y$ .

Далее усложним еще регулятор увеличив полином знаменателя:

$$\frac{p+0,001339}{p(1346,7376p+1)} \approx \frac{b_2p^2+b_1p+b_0}{p(a_3p^3+a_2p^2+a_1p+1)} \cdot \frac{0,18}{217p+1} \cdot e^{-180p}. \quad (7)$$

Итерационное приближение по уравнению (7) не дало результатов при любых значениях узлов интерполирования, синтезируемая система автоматического управления неустойчива. Данную задачу можно отнести к классу некорректных. При численных расчетах некорректность проявляется в форме плохой обусловленности матриц и уравнений, когда определитель становится очень маленьким. Необходимо проверить обусловленность расчетом чисел обусловленности. Используем Фробениусеву норму для определения числа обусловленности:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} |a_{ij}|^2}. \quad (8)$$

В таблице 3 представлены числа обусловленности матрицы  $A$  для уравнения (7) по норме Фробениуса для разных узлов интерполирования.

Таблица 3. Числа обусловленности по норме Фробениуса

Узел интерполирования $\delta_1$	Число обусловленности $\text{cond}(A, 'fro')$
0.000000001	$2,3104 \cdot 10^{30}$
0.00000001	$1,2555 \cdot 10^{29}$
0.0000001	$2,2425 \cdot 10^{25}$
0.000001	$2,2378 \cdot 10^{20}$
0.000005	$7,1448 \cdot 10^{16}$
0.000009	$3,7735 \cdot 10^{15}$
0.00001	$2,2320 \cdot 10^{15}$
0.00005	$7,0124 \cdot 10^{11}$
0.00009	$2,3104 \cdot 10^{30}$

Проанализировав результаты таблицы, можно сделать вывод о том, что матрица  $A$  вне зависимости от узла интерполирования является плохо обусловленной. Проведение процедуры синтеза для системы с 6-ю неизвестными коэффициентами регулятора решения численными методами не имеет, требуется применение регуляризации по Тихонову.

### Заключение

В процессе работы были рассчитаны коэффициенты регуляторов для систем автоматического управления объектом с транспортным запаздыванием численным методом. По норме Фробениуса найдены числа обусловленности для системы с 6-ю неизвестными коэффициентами регулятора. Стремление увеличить порядок регулятора для повышения точности привело к плохообусловленным решениям. Дальнейшая работа подразумевает регуляризацию по Тихонову.

### Список использованных источников

1. А.Р. Пантюхин, А.А. Сидорова, Т.А. Емельянова, В.И. Гончаров. Исследование возможностей численного метода синтеза систем автоматического управления объектами с большим запаздыванием // Доклады ТУСУР, № 1 (39), март 2021.
2. Тхан В.З. Системы автоматического управления объектами с запаздыванием: робастность, быстродействие, синтез / В.З. Тхан, Д.Ю. Берчук // Программные продукты и системы. - 2017. Т. 30 - №1. - С. 45-50.
3. Тхан Вьет Зунг. Синтез систем автоматического управления с запаздыванием численным методом: дис, канд. тех. наук / Тхан Вьет Зунг. – Томск, 2018. – 148 с. – Текст: непосредственный.